**Лекція 3.**

**Тема.** Випадкові величини та їх властивості.

**План лекції**

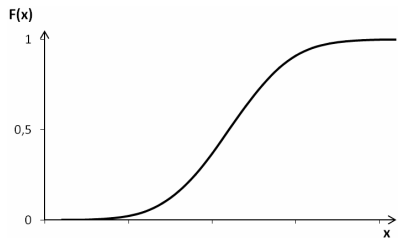
3.1. Довірчий інтервал і довірча ймовірність.

3.2. Функції розподілу випадковоївеличини.

***Довірчий інтервал і довірча ймовірність***

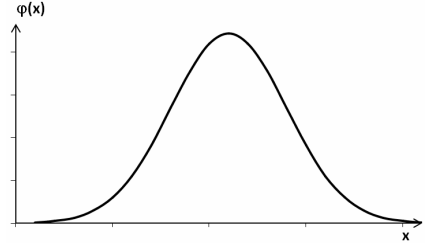
Оцінка випадкової похибки проводиться на основі теорії математичної статистики, де центральним є поняття випадкової величини. Випадковою величиною називається змінна величина, з певною ймовірністю набувати різних значень. Випадкові величини діляться на дискретні і неперервні. Більшість фізичних величин, вимірюваних при виконанні хімічного аналізу, є безперервними (температура, об’єм, тиск і ін.). Прикладами дискретних величин можуть служити число радіоактивних розпадів або число квантів в рентгеноспектрального аналізу. Незважаючи на те, що число частиок аналітів, що входять до складу аналізованого об'єкта, дискретне, в силу їх дуже великого числа кількість речовини і концентрацію в хімічному аналізі прийнято розглядати як непрервні величини. Однак, на відміну від вимірюваних неперервних величин, результати їх вимірювання виступають як дискретні випадкові величини, що виражаються кінцевим числом значущих цифр, яке залежить від точності результату вимірювань.

Щоб охарактеризувати випадкову величину, необхідно задати набір її значень і вказати ймовірність, з якою ці значення досягаються. Зазвичай для характеристики випадкових величин використовується ***функція розподілу***. Аргументом є значення або набір значень випадкової величини в певному інтервалі, а функцією - ймовірність цих значень. Розрізняють інтегральну *F*(*x*) і диференціальну φ(x) функції розподілу випадкової величини *х*. Інтегральна функція розподіляється це ймовірність того, що випадкова величина *х* приймає значення, менші деякої заданої величини *x*0: . Інтегральна функція неспадна і знаходиться в діапазоні від 0 до 1 (рис. 2.1). Імовірність того, що випадкова величина знаходиться в діапазоні від *x*1 до *x*2 дорівнює: .



Мал. 3.1. Вид інтегральної функції розподілу випадкової величини

Диференціальна функція розподілу є похідною від інтегральної функції розподілу (рис. 3.2): 



Мал. 3.2. Вид диференціальної функції розподілу випадкової величини

Відповідно до формули Ньютона-Лейбніца:

,

тобто інтегруючи φ (x) від *x*1 до *x*2, можна обчислити ймовірність знаходження випадкової величини в діапазоні від *x*1 до *x*2. φ (x) завжди ≥ 0. Інтервал, в якому з певною ймовірністю знаходиться значення випадкової величини, називається довірчим інтервалом, а відповідна цього інтервалу ймовірність – довірчою ймовірністю (*Р*). Чим більший довірчий інтервал, тим більша довірча ймовірність, тобто тим більше імовірність ність того, що випадкова величина потрапить в цей інтервал. І навпаки, чим більше задана довірча ймовірність, тим більший довірчий інтервал, в якому знаходиться результат вимірювання. Для визначення довірчого інтервалу (його верхньщї і нижньої межі), як правило, використовують Р = 0,95. В особливих випадках, коли результати аналізу мають значення для здоров'я людей і забезпечення їх безпеки, рекомендується використовувати Р = 0,99 або ще більш високу довірчу ймовірність.

***Функції розподілу випадкової величини*** *х* характеризуються певними параметрами розподілу, з яких найважливішими є: математичне сподівання *M*(*x*) і дисперсія *D*(*x*).

***Математичне сподівання*** - середнє значення випадкової величини. В метрології воно дорівнює істинного значення вимірюваної величини, якщо систематична похибка дуже мала. Для неперервної необмеженої (тобто такої, що знаходиться в інтервалі від -∞, до + ∞), і обмеженою інтервалом [a, b] випадкової величини справедливо:  

Для дискретної випадкової величини: , де xi - окремі значення випадкової величини; Pi – відповідні цим значенням ймовірності; *n* - число можливих значень випадкової величини.

***Дисперсія*** характеризує розсіювання окремих значень випадкової величини відносно їх математичного очікування і в метрології характеризує прецизійність результатів вимірювання (випадкову похибку):



Значення випадкової величини, які більші за її математичне сподівання , дають позитивні значення величини , а менше - негативні, тому дорівнює нулю. Дисперсія, як математичне сподівання квадрата цієї величини, завжди додатня (D ≥ 0). Для неперервної величини:



Для дискретної величини: .

Основні властивості параметрів розподілу:

; ;

; ;

; ;

; 

де a – стала величина; *x*, *y* і *z* - незалежні випадкові величини.

Використовуючи наведені вище властивості параметрів розподілів, можна знайти математичне сподівання і дисперсію середнього арифметичного результатів вимірювання x:

;



Таким чином, математичне сподівання середнього аріфметічного значення  збігається з математичним сподіванням випадкової величини, а дисперсія середнього в n разів менше дисперсії самої випадкової величини. Тим самим середнє арифметичне значення результатів вимірювань точніше характеризує вимірювану величину, ніж результат будь-якого одиничного вимірювання, незалежно від функції розподілу вимірюваної величини. При цьому, чим більше число вимірювань, тим точніше результат. Як випливає з визначення, розмірність математичного сподівання збігається з розмірністю самої випадкової величини, а розмірність дисперсії відповідає квадрату розмірності цієї величини. Для того, щоб привести у відповідність розмірність самої випадкової величини і її розкиду відносно математичного сподівання, як міру розсіювання використовують додатнє значення кореня квадратного з дисперсії – середнє квадратичне відхилення (СКВ, позначається σ*x*). СКВ називають також стандартним відхиленням.



Основні властивості СКВ, що випливають з властивостей дисперсії:

; ;

(*x, y* - незалежні змінні),



тобто СКВ алгебраїчної суми незалежних змінних дорівнює суперпозиції СКВ цих змінних, а СКВ середнього арифметичного обернено пропорційне кореню квадратному з числа вимірювань.

**Література**

1. И. Ф. Шишкин. Теоретическая метрология: Учебник для вузов. — М.: Издательство стандартов. 1991. – 492 с.
2. К. Дерффель. Статистика в аналитической химии. — М.: Мир. 1994. – 268 с.
3. А. К. Чарыков. Математическая обработка результатов химического анализа. — Л.: Химия. 1984. — 168 с.
4. Ю. А. Богомолов, Т. М. Полховская, М. Н Филлипов. Основы метрологии. Учебное пособие — М.: МИСИС. 2000. — 176 с.
5. Б. Я. Каплан, Л. Н. Филимонов, И. А Майоров. Метрология аналитического контроля производства в цветной металлургии. — М.: Металлургия. 1989. — 200 с.
6. Количественное описание неопределённости в аналитических измерениях. Руководство ЕВРАХИМ/СИТАК. Второе издание. С-Пб.: ВНИИМ им. Д. И. Менделеева, 2002. 141 с.