**Лекція 4.**

**Тема.** Основні види та методи вимірювання

**План лекції**

4.1. Види вимірювань.

4.2.

4.3.

4.4.

**Основні види та методи вимірювання**

**Види вимірювань.** Розрізняють два основні види вимірювань: прямі та непрямі. *Пряме вимірювання* – це вимірювання однієї величини, значення якої знаходять безпо­середньо (за показом відповідного засобу вимірювань, наприклад, вимірювання довжи­ни лінійкою, напруги - вольтметром).

*Непряме вимірювання* – це вимірювання, в якому значення однієї чи декількох ви­мірюваних величин знаходять після обчислення за відомими залежностями їх від декількох величин аргументів, що вимірюються прямо. Непрямі вимірювання можуть бути опосередкованими, сукупними або сумісними.

При *опосередкованому вимірюванні* значення однієї величини визначають за результатами прямих вимірювань інших величин, з якими вимірювана величина пов'я­зана явною функціональною залежністю. Наприклад, значення електричного опору https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image139.gifзнаходять за результатами прямих вимірювань напруги *U* вольтметром та сили струму *I* амперметром. Опосередковані вимірювання виконують тоді, коли значення величин неможливо або складно виміряти прямо, або ж коли опосередковані вимірювання забезпечують вищу точність, ніж прямі.

*Сукупними* називають непрямі вимірювання, в яких значення декількох одночасно вимірюваних однорідних величин отримують розв'язанням рівнянь, що пов'язують різні сполучення цих величин, які вимірюються прямо або опосередковано.

*Сумісними* називають непрямі вимірювання, в яких значення декількох одночасно вимірюваних різнорідних величин отримують розв'язанням рівнянь, які пов'язують їх з іншими величинами, що вимірюються прямо або опосередковано. Наприклад, відомо, що опір терморезистора https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image141.gifде *R0* – опір резистора при температурі 0°*С*, *a* – температурний коефіцієнт опору. Якщо значення *R0* та *a* не можна знайти прямими чи опосередкованими вимірюваннями, то вимірюють опір *Rt1* при температурі *t1* та *Rt2* при температурі *t*2 і складають систему рівнянь

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image143.gif |  |

розв'язуючи яку, знаходять

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image145.gif |  |

Сумісні вимірювання використовуються також для визначення залежності між величинами.

**Методи вимірювань.** Під методом вимірювань розуміють сукупність способів ви­користання засобів вимірювальної техніки та принципу вимірювань для створення вимі­рювальної інформації. А принципом вимірювання називають сукупність явищ, на яких засноване вимірювання, наприклад, вимірювання температури з використанням термо­електричного ефекту.

Послідовність вимірювальних операцій, що забезпечує вимірювання згідно з обра­ним методом, називають процедурою вимірювань. А сукупність процедур і правил, ви­конання яких забезпечує одержання результатів з потрібною точністю, називають мето­дикою виконання вимірювання.

Класифікуючи методи вимірювань, професор А.Д. Нестеренко поділяє їх на мето­ди *одночасного* та *різночасного порівняння*. Методи різночасного порівняння часто нази­вають методами безпосереднього оцінювання на цій підставі, що вони ґрунтуються на використанні вимірювальних приладів із заздалегідь проградуйованими в одиницях вимірюваної величини шкалами. До методів безпосереднього оцінювання належать прямі вимірювання, за винятком методів, заснованих на безпосередньому порівнянні розміру вимірюваної величини з розміром величини, що відтворюється мірою (вимірювання довжини за допомогою лінійки з поділками).

Методи, засновані на одночасному порівнянні, об'єднані загальною назвою ме­тодів порівняння. До них належать згідно з ДСТУ2681-94: метод зіставлення, метод збігу, метод зрівноваження з регульованою мірою та диференційний метод.

Суть *методу зіставлення* полягає у прямому вимірюванні з одноразовим порів­нянням вимірюваної величини зі всіма вихідними величинами багатозначної нерегульованої міри, наприклад, вимірювання довжини лінійкою з поділками, вимірювання інтервалу часу годинником.

*Метод збігу* (метод ноніуса) – це метод прямого вимірювання з одноразовим по­рівнянням вихідних величин двох багатозначних нерегульованих мір, з різними за зна­ченням ступенями, нульові позначки яких зсунуті між собою на вимірювану величину. Прикладом такого методу вимірювань може бути вимірювання лінійного розміру (діаметра) за допомогою штангенциркуля з ноніусом (рис. 10). Основна шкала проградуйована в міліметрах, а шкала ноніуса має 10 поділок по 1.8 мм. Тому порядковий номер поділки ноніуса, що збігається з будь-якою поділкою основної шкали, дає число десятих часток міліметра.

*Метод подвійного збігу* (метод коінциденції, соіnсіdеnсе – збіг) – це метод прямого вимірювання з одноразовим порівнянням двох квантованих фізичних величин: вимі­рюваної та відтворюваної багато­значною нерегульованою мірою, на­приклад, вимірювання інтервалу ча­су *Тх* з використанням послідовності періодичних імпульсів з відомим значенням їх періоду *Т0* (рис. 11).

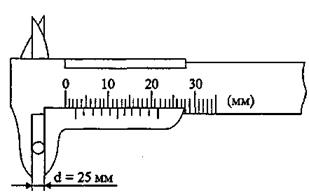


Рис. 10 До вимірювання за методом збігу (ноніуса)

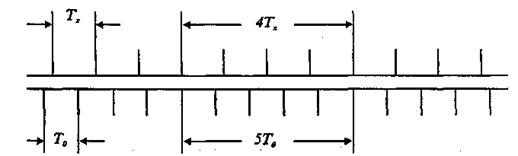


Рис. 11 До вимірювань за методом подвійного збігу

*Метод зрівноваження* з регульованою мірою (нульовий метод, null method of measurement) – це метод прямого вимірювання з багаторазовим порівнянням вимірюва­ної величини та величини, що відтворюється регульованою мірою до їх повного зрівно­важення, як, наприклад, вимірювання електричної напруги компенсатором.

Суть *диференційного*, або *різницевого* методу полягає у вимірюванні, при якому невелика різниця між вимірюваною величиною та вихідною величиною одноканальної міри вимірюється відповідним засобом вимірювань.

Особливо цікавим з погляду досягнення високої точності вимірювань є *метод заміщення*. Це метод непрямого вимірювання з багаторазовим порівнянням до повного зрівноваження вихідних величин вимірювального засобу при почерговій дії на його вході вимірюваної величини та регульованої міри. Іншими словами, суть цього методу полягає у порівнянні вимірюваної величини з мірою заміщенням цієї вимірюваної величини відомою величиною, відтворюваною мірою. При цьому методі передбачається запам'ятовування ефекту дії на засіб вимірювань вимірюваної величини (тобто запа­м'ятовування значення вихідної величини вимірювального засобу), що потім віднов­люється при заміщенні вимірюваної величини регульованою багатозначною мірою.

Прикладом може бути вимірювання за допомогою порівняно неточного моста з вико­ристанням як заміщуючого засобу (міри) зразкового магазину опорів. Метод заміщення в цьому випадку дозволяє майже повністю виключити похибку моста з результату вимі­рювань.

Дуже наочним прикладом використання методу заміщення є зважування маси *тх* її урівноваженням масою *т0* до одержання певного показу відлікового пристрою з наступним заміщенням маси *тх* масою *mN*, значення якої плавно ре­гулюється до досягнення поперед­нього показу відлікового пристрою (рис. 12). Похибка зважування у цьому випадку визначається лише похибкою регульованої міри, а похибка від недосконалості ваги (наприклад, неточність виконання довжин плеч коромисла) виключається.

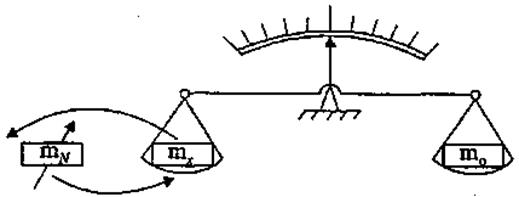


Рис. 12 До вимірювань за методом заміщення

**Планування та організація вимірювань.** Вимірювання фізичних величин є основою як наукового експерименту, так і масо­вих вимірювань в усіх галузях народного господарства. Досліджувані процеси та об'єк­ти є багатогранними. Досліджуючи об'єкт чи технологічний процес, доводиться вимірю­вати ряд фізичних величин та параметрів технологічних процесів. Як і будь-яке інше експериментальне дослідження, вимірювання має певні стадії організації та виконання. Це зокрема:

− формування мети;

− складання програми експерименту, методична та матеріальна підготовка експерименту;

− проведення експерименту;

− опрацювання результатів вимірювань та оцінка похибки вимірювань;

− аналіз отриманих результатів та формулювання оцінки проведених вимі­рювань.

Загалом вимірювання фізичних величин є багатоступінчастим процесом, що поєднує як саму процедуру вимірювань з її типовими вимірювальними операціями, так і ряд підготовчих та заключних процедур, які необхідно виконати до та після самих вимірювань.

Отже, процес вимірювання можна розділити на три етапи:

− підготовка та планування вимірювань;

− виконання вимірювань;

− опрацювання та аналіз отриманих даних.

Основними питаннями, які потрібно вирішити на етапі підготовки та планування вимірювань, є:

− модель досліджуваного об'єкта, наприклад, під час вимірювання змінного струму здебільшого приймається його гармонічна модель, а у випадку несинусоїдних струмів модель ускладнюється вищими гармонічними складови­ми, сталою складовою;

− вимірювані параметри моделі, наприклад, для синусоїдного струму необхідно знати, який із параметрів вимірюватиметься: ефективне значення струму, амплітудне чи інший параметр (частота);

− мета вимірювання, яка встановлює потрібну точність вимірювань та знач­ною мірою впливає на вибір моделі вимірюваної величини;

− залежності між величинами, значення яких необхідно визначити за безпосередньо вимірюваними величинами (при непрямих вимірюваннях);

− умови вимірювань та фактори;

− допустимі похибки вимірювань, а при непрямих вимірюваннях допустимі похибки вимірювань кожної із безпосередньо вимірюваних величин;

− необхідні методи вимірювань окремих величин;

− потрібні засоби вимірювальної техніки, їх метрологічні характеристики;

− способи корекції похибок вимірювань;

− форма подання результатів вимірювань;

− необхідні алгоритми та засоби опрацювання експериментальних даних та їх достовірності;

− необхідні затрати для виконання поставленого завдання;

− економічна ефективність вимірювань.

Досліджуваний об'єкт та мета досліджень здебільшого задаються. Але навіть у цьому випадку звичайно уточнюють мету та завдання вимірювального експерименту, проаналізувавши, як будуть використовуватись результати вимірювань для оцінки до­сліджуваного об'єкта, ефективності його функціонування. Важливим етапом підготовки до вимірювань є визначення характеру та можливих значень досліджуваних величин з урахуванням властивостей досліджуваного об'єкта. Оцінюються границі можливих зна­чень вимірюваних величин, частотний спектр, взаємні зв'язки тощо. Все це уточнюється на основі апріорних даних і, якщо необхідно, за попередніми вимірюваннями.

Для оцінки потрібної точності вимірювань враховують мету вимірювань. При масових вимірюваннях вимоги до точності диктуються економічними міркуваннями. Вимоги до точності повинні бути обґрунтованими і їх не можна завищувати, бо чим ви­ща точність вимірювань, тим більше при інших однакових умовах потрібно ресурсів та часу для виконання експерименту. Крім цього, чим точніші та чутливіші прилади, тим вони звичайно складніші, вимагають кваліфікованішого обслуговування.

Означення основних термінів з планування вимірювального експерименту дає ГОСТ 24026–80 "Исследовательские испытания. Планирование эксперимента". Згідно з цим стандартом план експерименту – це сукупність даних, що визначають кількість, умови та послідовність виконання дослідів. Мета планування – підвищення ефек­тивності одержання інформації про об'єкт дослідження, що потрібно для побудови його моделі, яка виражає залежність його вихідних величин від вхідних факторів, або для оцінювання параметрів моделі, якщо вона заздалегідь вибрана. Вибір моделі визна­чається не тільки властивостями об'єкта, але й її призначенням, вимогами адекватності, простоти та компактності.

Вимірювальні експерименти поділяють на пасивні та активні. Планування пасив­них експериментів полягає в оптимізації збирання та опрацювання інформації про об'єкт дослідження без впливу дослідника на факторний простір. При активному експе­рименті дослідник задає рівні факторів. В однофакторному активному експерименті змінюють рівні одного фактора при фіксованих рівнях інших факторів. В багатофакторному експерименті змінюють рівні декількох факторів при однакових комбінаціях інших факторів.

**Вимірювання**

**Визначення статистичних параметрів розподілу на підставі побудови гістограми.** У звичайних умовах параметри розподілу визначаються за допомогою мате­матичного опрацювання обмеженої кількості результатів спостережень, званої вибіркою. Множина результатів спостережень, з котрих зроблено вибірку, називається гене­ральною сукупністю результатів спостережень. При атестації засобів вимірювання вико­нують обмежену кількість вимірювань одного і того ж розміру, котру також називають вибіркою. Генеральною сукупністю в цьому випадку буде множина розмірів, які можна було б отримати даним вимірювальним засобом при дотриманні умов вимірювання, вказаних в інструкції з експлуатації засобу вимірювання.

Розглянемо як будуються емпіричні криві розподілу. Нехай об'єм вибірки ста­новить *п*, найменший розмір *хтіп*, найбільший – *хмах*. Для побудови емпіричних кривих розподілу необхідно розбити весь отриманий діапазон *хтах* - *хтіп* на *r* інтервалів.

Кількість інтервалів при великих вибірках доцільно брати округленим https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image153.gif. При великих вибірках кількість інтервалів встановлюють залежно від кількості спостережень за такими рекомендаціями:

|  |  |
| --- | --- |
| *п* | *r* |
| 40-100 | 7-9 |
| 100-500 | 8-12 |
| 5000-10000 | 10-16 |

Довжину інтервалів зручніше вибрати однаковою. Але якщо розподіл має раптові стрибки в сусідніх інтервалах, то в області максимальної концентрації результатів спостережень належить вибирати вужчі інтервали. Ширина інтервалу має бути зручною для графічних робіт відносно поділок вздовж осі *х*. Нижню межу першого інтервалу не варто брати такою, як *xmіп* якщо вона не відповідає зручному положенню на осі *х*. При опрацюванні результатів потрібно надати перевагу відхиленням розмірів, а не розмірам (для зменшення помилок при обчисленнях). Особливо великі помилки виникають при обчисленні моментів другого та вищих порядків.

Кількість розмірів *т*, що попали в заданий *і-й* інтервал за умовою

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image155.gif | (5.1) |

називається абсолютною частотою. У нерівності (5.1) *хj* є результатом *j-го* спостереження вибірки, в якій https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image157.gif– верхня межа *i-го* інтервалу; *хін* – нижня ме­жа *і-го* інтервалу, яка дорівнює верхній межі (*і* - 1*)-го* інтервалу. Необхідно звернути увагу на те, що сума частот *ті* має дорівнювати кількості *п*, тобто

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image159.gif | (5.2) |

Відношення абсолютної частоти *ті* до загальної кількості спостережень *п* на­зивають відносною частотою і позначають

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image161.gif | (5.3) |

Відносна частота становить емпіричну оцінку ймовірності попадання результатів спостереження *хj* в *j-й* інтервал. Очевидно, що

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image163.gif | (5.4) |

Для наочності емпіричний розподіл подають графічно у вигляді *полігона, гіс­тограми розподілу* або *ступінчастої функції розподілу*.

Полігон будується так: на осі абсцис відкладають інтервали значень вимірюваної величини, в середині кожного із інтервалів відзначають ординати, пропорційні до частот і ординати з'єднують прямими лініями. Вибираючи масштаби вздовж осей абсцис та ординат дотримуються співвідношення ≈5:8, яке є найпоширенішим при зображенні кривих розподілу.

Гістограму будують так: над кожним інтервалом вздовж осі абсцис будують прямо­кутник, площа котрого пропорційна до відносної частоти https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image165.gifв цьому інтервалі, а висота буде пропорційною до абсолютної частоти при однакових інтервалах. При різних значен­нях Δ*х* висота прямокутника буде пропорційною до емпіричної щільності ймовірностей

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image167.gif | (5.5) |

Ступінчасту функцію розподілу будують так: в середині кожного інтервалу вздовж осі абсцис ордината зростає стрибком на значення, що відповідає https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image165.gif, і звідти проводять горизонтальну пряму до середини наступного інтервалу, де ордината знову зростає. Висота ординати в кожній точці відповідає емпіричній інтегральній функції розподілу.

**Виявлення грубих похибок.** Відомо, що грубими похибками називаються похибки, які значно переважають похибки, обґрунтовані умовами експерименту. Вважаємо, що всі результати спосте­реження мають однакову дисперсію. Проте окремі результати можуть видатися експериментатору підозрілими. Необдумане відкидання цих результатів може спотворити оцінку параметрів дійсного розподілу. Якщо експериментатор зауважив результат, що видався йому неправильним, і, крім того, знайшов причину промаху (помилкова дія, відчитування тощо), то він може відкинути цей результат і провести додаткові вимірювання. Якщо причина не вияснена, то додаткові вимірювання належить провести, але відкидати підозрілий результат без перевірки статистичними методами не можна.

В такому разі припускають, що результат спостереження *хі* не містить грубої похибки, тобто є одним із значень випадкової величини *х*, розподіленої за законом https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image169.gif, параметри якого попередньо визначені.

Підозрілими можуть бути або *хтіп*, або *хтах* із всієї низки спостережень, тому для перевірки гіпотези визначають величину *v*.

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image171.gif | (5.6) |

Розподіли цих величин наведені в табл. Д.5 (додаток 12). [1]. За цією таблицею можна визначити граничне значення *va*, котре при заданій вірогідності *a* і даній кількості спостережень, випадкова величина *v* може прийняти випадково. Якщо обчислене за дослідними даними значення *v* виявиться меншим, ніж *va*, то гіпотеза приймається. В іншому випадку гіпотеза відхиляється, результат спостереження розглядається як такий, що містить грубу похибку і відкидається. Природно, що при цьому можливими є помилки першого і другого видів, оскільки припущення перевіряється при деякому рівні значущості https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image173.gif.

**Критерій нехтовних похибок. Правила округлень.** При опрацюванні результатів спостережень всі проміжні обчислення треба виконувати, зберігаючи необхідну кількість значущих цифр і правильно округлювати результати і похибки вимірювань. Похибка результату вимірювання має бути виражена однією або двома значущими цифрами. Найменші розряди числових значень результату і похибки вимірювання мають бути одні і ті ж самі. Двома значущими цифрами похибка виражається: при точних вимірюваннях і коли в старшому розряді її числового значення стоїть цифра, не більша за три.

Похибку проміжних обчислень треба виражати не більше ніж трьома значущими цифрами. Значущих цифр у результатах проміжних обчислень має бути на одну-дві більше ніж у числовому значенні результату вимірювання. При такій умові похибки обчислень не спотворять числового значення результату вимірювання більше, ніж на половину одиниці найменшого розряду.

Результат вимірювання треба округлювати за такими правилами.

1. Найменший розряд числового значення округленого результату вимірювання повинен бути той самий, що й останній розряд числового значення похибки вимірю­вання. Наприклад, 53,0138 при числовому значенні похибки 0,05 округлюється до 53,01.

2. Якщо перша (зліва направо) із цифр, що замінюються нулями (цілі числа) або відкидаються (десятковий дріб), менша за 5, то збережені цифри залишають без зміни. Наприклад, якщо треба зберегти три значущих цифри, то 123429 округлюється до 123×103, а 12,3429 – до 12,3.

3. Якщо перша із цифр, що замінюється нулями або відкидається, менша за 5, то роблять округлення до парного числа (якщо остання цифра парна, то вона залишається без зміни, а якщо непарна, то збільшується на одиницю). Наприклад, якщо треба зберегти три значущі цифри, то 35450 округлюється до 354×102, а 145,5 – до 146.

4. Якщо перша із цифр, що замінюються нулями або відкидаються, не менша за 5 і після неї йдуть цифри, відмінні від нуля, то останню цифру збільшують на одиницю. Наприклад, якщо треба зберегти три значущі цифри, то 12560 округлюється до 126×102, а 30,651 – до 30,7.

Отже, найбільша відмінність в двох значущих цифрах, яка може бути при округленні, становить 5%.

При визначенні сумарної похибки випадкових похибок результат отримується за формулою

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image175.gif | (5.7) |

Якщо при цьому одна із часткових похибок дає величину https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image177.gif, для кот­рої справедливим є

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image179.gif | (5.8) |

то такою похибкою можна знехтувати, бо отримана відмінність при округленні губиться, оскільки число 1,0499 приймається як 1. Звідси витікає умова

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image181.gif | (5.9) |

Ця формула називається критерієм нехтовних похибок, а самі похибки називаються нехтовними чи нехтовно малими. При великій кількості похибок за критерієм нехтовних похибок оцінюються суми квадратів часткових похибок

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image183.gif | (5.10) |

Використання критерію нехтовних похибок при аналізі часткових похибок дає можливість виділити ті величини, які суттєво впливають на похибку результату. Підвищення точності вимірювання цих величин дозволить зменшити сумарну похибку. Крім цього, можна навіть знизити точність тих вимірювань, похибки котрих мізерні, але, річ ясна, тільки тоді, коли це економічно доцільно.

**Еталони одиниць фізичних величин.**

*Класифікація еталонів і передавання розмірів одиниць фізичних величин.* Відповідно до поділу ФВ цієї системи відрізняють еталони одиниць основних і похідних величин, а за точністю відтворення і призначенням – первинні і вторинні еталони (рис .2.1).

Первинні еталони відтворюють і (або) зберігають одиниці та передають їх розміри з найвищою точністю, досягнутою в даній галузі, їх різновидом є спеціальні еталони, призначені для відтворення одиниць в умовах, коли пряма передача розміру від первинного еталона з потрібною точністю технічно нездійснена (надвисокі частоти, надто малі чи великі енергії, тиски або температури, особливі стани речовини). Первинні і спеціальні еталони є вихідними для країни, і їх затверджують як державні.

Еталони даної країни називають національними, а ті, що належать до певної групи країн, - міжнародними. Для забезпечення єдності вимірювань у міжнародному масштабі державні еталони окремих країн періодично звіряють між собою з міжнародними еталонами, що зберігається в Міжнародному бюро мір і вагів (МБМВ) у Парижі.

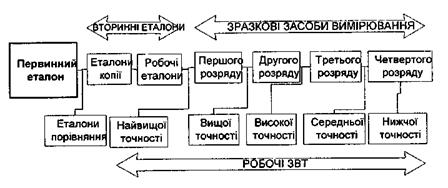


Рис. 1 Узагальнена схема передачі розмірів одиниць ФВ

*Державні первинні еталони основних одиниць СІ.* Склад, структуру характеристики еталонів основних одиниць СІ наведено в додатку 3.

Складність різних еталонів і точність відтворення ними розмірів одиниць не одна­кові. Найпростіший еталон кілограма, в складі якого є національний прототип кілограма №12 (гиря із платиноіридієвого сплаву циліндричної форми діаметром і висотою 39 мм) і еталонні рівноплечі терези на 1 кг з дистанційним управлінням для передавання розміру одиниці маси вторинним еталонам. Найточніший еталон секунди, який заразом є еталоном одиниці частоти - герца, а також шкал часу. Він забезпечує відтворення одиниць з відносним середнім квадратичним відхиленням (СКВ) результату вимірювань, яке не перевищує 1×10-13 при не вилученій відносній систематичній похибці, що не пере­вищує 1×10-12; найнижча точність еталона кандели, для якого ці похибки не перевищують відповідно значень 2×10-3 і 6×10-3. Нині значна увага приділяється вирішенню проблем створення еталонів, основаних на використанні квантовомеханічних явищ.

*Поняття еталона, зразкових і робочих засобів вимірювальної техніки.* Результати вимірювань мають виражатися в узаконених одиницях і з потрібною точністю. За інших рівних умов точність вимірювань визначається метрологічними характеристиками що використовуються в ЗВТ. Тому всі ЗВТ підлягають обов'язковій державній або відомчій верифікації (перевірці). Верифікація ЗВТ полягає в офіційному ствердженні їх придатності для застосування за призначенням на підставі результатів контролю їх характеристик, переважно метрологічних, на відповідність вимогам НТД.

З погляду верифікації всі ЗВТ ієрархічно поділяються на еталони, зразкові та робочі ЗВТ.

Еталон (еталон одиниці) – ЗВТ (або комплекс ЗВТ), що забезпечує відтворення і (або) зберігання одиниці ФВ з метою передачі її розміру тим ЗВТ, що стоять нижче за схемою перевірки, і офіційно затверджений в установленому порядку як еталон. Наприклад, комплекс ЗВТ для відтворення метра через швидкість поширення світла у вакуумі, затверджений як державний еталон метра.

Засоби вимірювання, що використовуються для вимірювань у різних галузях народного господарства, але не служать для перевірки інших ЗВТ, називаються ро­бочими ЗВТ.

Зразковими називаються ЗВТ, які служать для перевірки інших ЗВТ і офіційно за­тверджені як зразкові. Наприклад, зразкова міра, зразковий вимірювальний перетворювач, прилад. До зразкових ЗВТ належать також зразкові речовини та стандартні зразки.

Зразкова речовина – зразкова міра у вигляді речовини з відомими властивостями, які відтворюються при додержанні умов приготування, що вказані в затвердженій специфікації. Наприклад, чиста вода, чисті гази (водень, кисень), чисті метали (цинк, срібло, золото), сплави, неметали.

Стандартний зразок – міра для відтворення розмірів величин, що характеризують властивості або склад речовин і матеріалів. Наприклад, стандартний зразок складу певної руди для контролю правильності визначання вмісту її компонентів, градуювання вимірювальної апаратури; стандартний зразок властивостей феромагнітних матеріалів; стандартний зразок легованої сталі для контролю правильності аналізу її складу і т.д.

Отже, стандартні зразки є мірами, які відтворюють властивості зразко­вих речовин.

Зразкові ЗВТ, як і робочі, атестують і перевіряють за допомогою інших, точніших зразкових ЗВТ. Так здійснюється передача розмірів одиниць ФВ від еталона до зразкових і робочих ЗВТ.

Треба пам'ятати, що робочі ЗВТ не можна застосовувати для перевірки інших ЗВТ, якщо вони навіть точніші, ніж наявні зразкові засоби, оскільки вони не затверджені офіційно як зразкові. З іншого боку, зразкові ЗВТ не дозволяється використовувати як робочі для виконання практичних вимірювань навіть у найсприятливіших умовах їх експлуатації. Порушення цих правил може призвести до непередбачених негативних наслідків економічного характеру і до загрози здоров'ю чи навіть життю.

**Засоби вимірювань та їх метрологічні характеристики. Класифікація засобів вимірювань. Статистичний аналіз і оцінка похибок вимірювань.**

**Поняття і види засобів вимірювальної техніки.** Основою технічної бази метрологічного забезпечення є засоби вимірювальної техніки. Засобами вимірювальної техніки називають технічні засоби, які викорис­товуються при вимірюваннях і мають нормовані метрологічні характеристики. Метрологічними називаються ті характеристики ЗВТ, від яких залежить точність ре­зультатів, одержаних за їх допомогою. Нормування метрологічних характеристик полягає в законодавчому регламентуванні їх складу і норм значень.

Під видами ЗВТ розуміємо: міри, їх набори і магазини, вимірювальні пере­творювачі, прилади, установки і системи.

*Міра* – ЗВТ, що призначені для відтворення ФВ заданого розміру (однозначна міра) або ряду розмірів (багатозначна міра).

*Набір мір* – це спеціально підібраний комплекс конструктивно відокремлених мір, які можна використовувати не тільки окремо, але й у різних комбінаціях для відтворення ряду розмірів даної ФВ, наприклад набір гир, вимірювальних резисторів, конденсаторів, Набір мір, конструктивно об'єднаних в одне ціле з пристроєм для вмикання їх у різних комбінаціях, називається магазином мір. Наприклад, магазин опору, ємності, індуктивності.

*Вимірювальний перетворювач* – ЗВТ, що призначений для перетворення вхідного вимірювального сигналу на вихідний сигнал, який зручний для подальшого пере­творення, обробки, зберігання чи передавання вимірювальної інформації, але не для безпосереднього сприймання спостерігачем. Наприклад, калібрований шунт, вимірю­вальний трансформатор, атестована термопара.

*Вимірювальний прилад* – ЗВТ, вихідний сигнал якого придатний для без­посереднього сприймання вимірювальної інформації спостерігачем, завдяки наявності відлікового пристрою (шкала з вказівником, цифрове табло). Наприклад: вольтметр, ватметр, термометр. Вимірювальні перетворювачі і прилади об'єднують спільною назвою – *вимірювальні пристрої*.

*Вимірювальна установка* – сукупність функціонально об'єднаних ЗВТ (мір, вимірювальних пристроїв) і допоміжних технічних засобів (стабілізуючих, перемикаючих), розташована в одному місці і призначена для одержання вимірювальних сигналів, придатних для безпосереднього сприймання вимірювальної інформації спостерігачем. Наприклад, установка для випробувань феромагнітних матеріалів, для вимірювання питомого електричного опору електротехнічних матеріалів.

*Вимірювальна система* – сукупність ЗВТ і допоміжних пристроїв, що з'єднані каналами зв'язку, призначена для вироблення сигналів у формі, придатній для автоматичної обробки, передавання і (або) використання вимірювальної інформації в автоматизованих системах управління. Вимірювальні системи є різновидом інфор­маційно-вимірювальних систем (ІВС), до яких належать також системи автоматичного контролю, технічної діагностики, розпізнавання образів. ІВС входять до складу автоматизованих систем управління.

**Класифікація вимірювальних приладів.** Серед усіх видів ЗВТ найбільшого поширення набули вимірювальні прилади. Вони різноманітні за призначенням, принципом дії, метрологічними та експлуатаційними характеристиками. Тому їх можна класифікувати за багатьма ознаками, але з погляду подальшого викладу доцільно обмежитись розглядом найзагальніших класифікацій­них ознак.

За формою вимірювальної інформації, що міститься в інформативному параметрі вихідного сигналу, вимірювальні прилади поділяються на аналогові та цифрові. Аналоговим називається прилад, інформативний параметр вихідного сигналу якого є фізичним аналогом вимірюваної величини – інформативного параметра вхідного сигналу. Наприклад, переміщення рухомої частини електродинамічного вольтметра –аналог середнього квадратичного значення вимірювальної напруги.

Цифровим називається прилад, вихідний сигнал якого цифровий, тобто містить інформацію про значення вимірюваної величини, закодовану в цифровому коді. Покази аналогових приладів також цифрові, але їх аналогові вихідні сигнали квантує і кодує у цифровому коді сам спостерігач (експериментатор) під час відліку показів, а в цифровому приладі - операції виконуються автоматично.

Вимірювальний прилад, що допускає тільки відлік показів, називається пока­зуючим, а прилад, в якому передбачена автоматична фіксація вимірювальної інфор­мації, – реєструючим. Залежно від виду фіксації реєструючі прилади поділяються на самописні та друкуючі. Самописний прилад (самописець) записує вимірювальну інформацію в аналоговій формі у вигляді діаграми, а друкуючий друкує вимірювальну інформацію в цифровій формі.

Залежно від виду значення вимірюваної величини, тобто інформативного параметра вхідного сигналу, відрізняють прилади миттєвих та інтегральних (середнє за модулем, середнє квадратичне) значень, а також інтегруючі та підсумовуючі прилади. Інтегруючий прилад інтегрує вхідний сигнал за часом або іншою незалежною змінною. Наприклад, лічильник електричної енергії інтегрує миттєву потужність за часом. Підсумовуючим називається прилад, покази якого функціонально пов'язані з сумою двох або декількох величин, що підводяться до нього різними каналами, наприклад ватметр для вимірювання потужності декількох генераторів.

Класифікаційними ознаками вимірювальних приладів служать вимірювана ве­личина або її одиниця, що відображаються в назві вимірювального приладу, наприклад, вологомір або гігрометр, висотомір або альтметр, частотомір або герцметр, вольтметр, мілівольтметр тощо.

Електровимірювальні прилади, що дозволяють вимірювати дві і більше різних за фізичною природою величини, називають комбінованими приладами або мультиметрами, а прилади, що придатні для вимірювань у колах постійного і змінного струмів – універсальними приладами.

**Похибки вимірювань та їх види.** Кількісний вміст властивості, що відображається фізичною величиною, визначається розміром фізичної величини. Ще до вимірювання існує деякий розмір фізичної величини, котрий можна би було оцінити відповідним числовим значенням. Це значення називають істинним.

Істинне значення фізичної величини – це значення, що ідеально відображає властивості даного об'єкта як кількісно, так і якісно. Воно є об'єктивним і не залежить ні від нашої свідомості, ні від технічних засобів, що застосовуються при експери­ментальному його визначенні. При експериментальному визначенні значення фізичної величини завжди будемо отримувати значення величини, відмінне від істинного, бо завжди існує похибка вимірювання.

Абсолютною похибкою вимірювання Δ називають відхилення результату вимі­рювання від істинного значення вимірюваної величини

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image051.gif | (3.1) |

Абсолютна похибка не може служити мірою точності, бо, наприклад Δ = 0,5 мм при *х* = 100 мм є достатньо малою, але при *х* = 1.0 мм – вона дуже велика. Тому вводиться поняття відносної похибки:

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image053.gif | (3.2) |

де *х* – результат вимірювання; *X* – істинне значення вимірюваної величини.

Дійсне значення вимірюваної величини це є її значення отримане експери­ментально, і настільки наближене до істинного, що для даної мети його можна використати замість нього.

Оскільки істинне значення вимірюваної величини невідоме, то практично знаходять наближені значення абсолютної і відносної похибок вимірювання:

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image055.gif |  |

де *хД* – дійсне значення вимірюваної величини (має бути відоме з похибкою, що в кілька разів менша за похибку Δ*Д*).

Зрозуміло, що легше знайти похибку *dном*, яка називається номінальною від­носною похибкою і, якщо вона невелика, то мало відрізняється від *dд*.

Похибка вимірювання зумовлена, переважно, наявністю похибок засобів вимі­рювання і є результуючою похибкою багатьох складових, кожна з яких викликана певною причиною. Розрізняють чотири групи похибок.

*Інструментальні* – похибки, зумовлені недосконалістю засобів вимірювань.

*Похибки установлення* – це похибки, спричинені неправильним установленням засобу вимірювань, впливом відхилень умов виконання вимірювального експерименту від тих, що були при градуюванні засобу вимірювань.

*Похибки методу вимірювання* – спричинені недосконалістю цього методу, не­достатньою обґрунтованістю його теорії, застосуванням наближених формул для спрощення розрахунків тощо.

*Особисті похибки* – виникають переважно при відлічуванні показів. Причини їх ви­никнення: недосконалість зору оператора, втомленість, схильність занижувати або зави­щувати відлік, округляти до парних або непарних цифр тощо.

Похибки трьох перших груп називають об'єктивними, а похибки четвертої групи – суб'єктивними. Об'єктивні похибки можуть виникати на довільній стадії вимірювальних пере­творень, а суб'єктивні – тільки при відчитуванні показів експериментатором.

У реальних умовах усім величинам, зокрема й похибкам, властива певна невизначеність, мірою якої характеризується їх випадковість. Залежно від закономірності проявлення похибки ділять на систематичні, випадкові і грубі.

*Систематичною похибкою* – називається складова похибки вимірювання, яка залишається сталою або закономірно змінюється при повторенні вимірювань однієї і тієї самої величини.

*Випадкова похибка* – це та складова похибки, яка при повторенні вимірювань величини з незмінним розміром змінюється випадково.

*Груба похибка* – це похибка вимірювання, яка істотно перевищує сподівану за даних умов вимірювання похибку.

Чим менші систематичні і випадкові похибки, тим вища точність вимірювання. Тому точність вимірювання є характеристикою їх якості і показує близькість результатів вимірювання до істинного значення вимірюваної величини.

Кількісною оцінкою точності вимірювань є число, обернене до відносної похибки (запропоновано у 1955 р. Соловйовим М.М.)

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image057.gif | (3.3) |

Характеристикою якості вимірювання, яка відображає близькість систематичної похибки до нуля, є правильність вимірювання. Коли систематична похибка відома, то результат можна виправити введенням поправки.

*Поправка* – значення абсолютної похибки, взятої з протилежним знаком. Вона додається до результату вимірювання, щоб вилучити систематичну похибку.

**Систематичні і випадкові похибки.** Систематичні похибки можуть бути сталими і змінними. Змінні систематичні похибки поділяють на прогресуючі, періодичні і такі, що змінюються за складним законом.

*Прогресуючими* називають такі систематичні похибки, які постійно зростають або зменшуються.

*Періодичними* вважають систематичні похибки, знак і значення яких періодично змінюються.

Систематичні похибки, що змінюються за складним законом, можна виразити графічно або аналітично. Якщо це дуже складно, то їх доцільніше зарахувати до випадкових похибок.

Одним із завдань вимірювального експерименту є виявлення систематичних похибок. Важливість його полягає в тому, що така невиявлена похибка набагато не безпечна, ніж випадкова, бо вона постійно спотворює результат вимірювання.

Кінцевою метою виявлення систематичних похибок є їх вилучення і врахування. Під вилученням систематичних похибок розуміють зменшення їх значень до рівня окремих невеликих складових випадкової похибки. Не вилучені залишки систематичних похибок трактуються як випадкові.

Універсального способу вилучення систематичних похибок немає. Серед відомих способів найпоширенішими є такі:

- вилучення джерел похибок, переважно похибок установлення;

- попереднє визначення похибок і їх урахування шляхом введення поправок, знайдених при перевірці засобів вимірювання, включаючи поправки на додаткові похибки.

До спеціальних способів вилучення систематичних похибок належать: спосіб заміщення, спосіб компенсації похибки за знаком, спосіб протиставлення, спосіб симетричних спостережень.

*Спосіб заміщення* полягає в тому, що спочатку на вхід вимірювального приладу подають вимірювану величину, а потім замінюють її величиною з таким відомим зна­ченням *хД*, при якому показ приладу залишається попереднім. Отже, невідоме значення вимірюваної величини *X* знаходять за відомим значенням *хД* , відтвореним мірою при заміщенні.

*Спосіб компенсації* похибки за знаком полягає в тому, що дану величину вимірюють двічі, але умови вимірювання змінюють так, щоб стала систематична похибка, яка підлягає вилученню (відома за походженням, але невідома за значенням), входила в результати вимірювань з протилежними знаками. Тоді середнє арифметичне результатів стає вільним від цієї похибки.

Спосіб компенсації похибки можна використати для вилучення похибок, джерела яких мають направлену дію. Однак, якщо похибка така, що прогресує, то цей спосіб забезпечує тільки часткове її вилучення.

*Спосіб протиставлення* полягає в тому, що вимірювана величина двічі порівнюється з величиною, яка відтворюється мірою, причому перед другим порівнянням вони взаємно міняються місцями у вимірювальному колі. Результат вимірювання у вигляді середнього пропорційного між значеннями міри при першому і другому порівняннях зовсім не залежить від коефіцієнта передачі вимірювальної схеми. Тому стала систематична похибка цього коефіцієнта, яка існує при одноразовому вимірюванні, повністю вилучається.

**Випадкові похибки.** Випадкові похибки виникають внаслідок випадкових та не­передбачених змін властивостей засобів і умов вимірювання та властивостей органів чуття спостерігача. Вони можуть бути зумовлені недосконалістю методу вимірювання, тобто недостатньою обґрунтованістю його теорії або допущеними спрощеннями, внаслідок чого не тільки значення, але й знаки похибок залишаються невідомими, випадковими є невизначені за своєю величиною або недостатньо вивчені похибки, в появі різних значень яких нам не вдається встановити закономірності. Вони визначаються складною сукупністю причин, які трудно проаналізувати, їх значення не можуть бути передбачені, а для всього їх загалу можна встановити закономірність лише для частоти появи їх різних значень. Присутність випадкових похибок (на відміну від систематичних) легко виявляється при повторних вимірюваннях, як деякий роз­кид результатів. Переважно поява випадкових похибок є стаціонарним випадко­вим процесом.

Якщо значення, які може набувати випадкова величина, утворюють дискретний (скінченний або нескінченний) ряд чисел, то така випадкова величина називається дискретною. Якщо ж значення випадкової величини заповнюють цілий проміжок (скінченний або нескінченний), то випадкову величину називають неперервною.

Кожному значенню випадкової величини *хn* дискретного типу відповідає певна ймовірність *р*п її появи. Кожному проміжку (*а, b*) із області значень випадкової величини неперервного типу також відповідає певна ймовірність *р*(*а* < *х* < *b*) того, що значення випадкової величини буде в певному проміжку.

Співвідношення, які встановлюють зв'язок між можливими значеннями ви­падкових величин і їх ймовірностями, називають законом розподілу випадкової вели­чини. Закон розподілу дискретної випадкової величини задається рядом розподілу. Тому різноманітність величин випадкових похибок характеризують вказуванням закону розподілу їх ймовірностей або вказуванням параметрів цього закону, розвинутих в теорії ймовірностей і в теорії інформації.

Випадкові похибки описуються функціями розподілу: інтегральною і диференційною.

Інтегральною функцією розподілу результатів спостережень називають за­лежність ймовірності того, що результат спостережень *х*і в і-му досліді виявиться меншим, ніж деяке біжуче значення *х* від самої величини *X*:

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image059.gif | (3.4) |

де *Р* – символ імовірності події, вказаної у фігурних дужках.

Значення інтегральної функції в точці *X* числове дорівнює імовірності того, що випадкова величина *хі* внаслідок і-го спостереження виявиться лівіше від точки *X*. При переміщенні точки *X* вздовж осі *ОХ* ця ймовірність буде, напевно, змінюватись, але зменшитися при переміщенні вправо вона не може. Тому інтегральна функція розподілу є неспадною функцією аргументу. Загалом її значення при переміщенні точки *X* із "–" в "+" змінюється від 0 до 1. Теоретична інтегральна функція неперервна, тобто результат спостереження може мати яке завгодно наперед вибране значення з нульовою ймовірністю. Практично роздільча властивість вимірювальних засобів ділить всю область значень вимірюваної величини на відрізки, в котрих спостерігач не відрізняє зміни вимірюваної величини. Тому в межах кожного відрізка інтегральна функція розподілу зберігає постійне значення і стрибкоподібно змінюється при переході границі до якогось кінцевого значення. В цифрових вимірювальних системах ці сходинки конкретно відповідають одиницям останнього розряду, а в аналогових – якійсь часточці ціни поділки.

Але переважно згадані вище обставини не забороняють вважати інтегральну функцію розподілу результатів спостережень безперервною функцією і це спрощує аналіз випадкових похибок.

Похибку Δ можна розглядати також як випадкову величину, що набуває в різних дослідах різного значення Δі. Початок координат для похибок Δ відповідає значенню *Х* = *х*. Інтегральна функція розподілу похибок відповідає інтегральній функції розподілу результатів спостережень *хі*

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image061.gif | (3.5) |

У метрології при розгляданні випадкових похибок вимірювання частіше засто­совують диференціальну функцію розподілу, котра є функцією, похідною від інтегральної за своїм аргументом

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image063.gif | (3.6) |

Диференціальну функцію розподілу *рх*(*х*) часто називають щільністю ймовір­ностей, а її графічну форму – кривою розподілу. Найчастіше ця крива має форму дзвона (рис. 2).

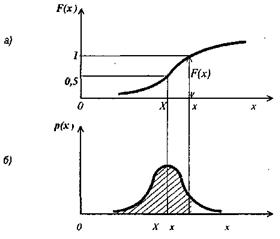


Рис. 2. Функції розподілу: *а* – інтегральна; *б* – диференціальна

Інтегруванням диференційної функції розподілу легко отримати інтегральну функцію

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image067.gif | (3.7) |

Для щільності ймовірностей мають виконуватись такі умови:

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image069.gif |  |

Другу умову називають умовою нормування щільності ймовірностей. Це значить, що площа під кривою розподілу в межах -∞ ... +∞ дорівнює одиниці, або інакше кажучи – ймовірність появи результату спостереження у вказаному інтервалі є вірогідною подією. Розмірність щільності ймовірності випадкової величини *х* виражається як *х-1*. Добуток *р(х)dх* називається елементом ймовірності і він дорівнює ймовірності того, що випадкова величина *х* буде мати значення в інтервалі *dх*. Якщо крива розподілу *р(х)* відома, то можна визначити ймовірність попадання результату спостереження в будь-який заданий інтервал *х1*, *х2*

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image071.gif | (3.8) |

Знаючи інтегральну функцію розподілу, ймовірність попадання результату спостереження *х* у вказаний інтервал визначають за різницею значень функції розподілу на межах цього інтервалу

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image073.gif | (3.9) |

Ймовірність попадання результатів спостережень в заданий інтервал *х2* – *х1* можна визначати графічним способом за інтегральною функцією розподілу (рис. 3, *а*) і за кривою розподілу щільності ймовірності (рис. 3, *б*).

У першому випадку шукана ймовірність визначається різницею значень ординат, що відповідають аргументам *х1* і *х2*, а в другому випадку – площею під кривою розподілу, що обмежена вздовж осі *х* значеннями *х1* та *х2*. Отже, за кривою розподілу можна довідатись, які інтервали значень випадкових похибок більш ймовірні, а які менш ймовірні. За кривою розподілу випадкових розмірів *х* (рис. 3, *б*) можна твердити, що ймовірності зростають при наближенні до деякої частини кривої, котра виглядає як середня, а потім зменшуються, прямуючи до нуля. При повторних вимірюваннях одної і тої ж фізичної величини *X* максимальна ймовірність припадає на значення, близькі до істинного *X*. Для значень *х*, що дуже відрізняються від *X*, ймовірність зменшується при збільшенні цієї різниці *х*-*Х*, тобто більшим похибкам відповідає менша ймовірність їх появи. Якщо припустити, що причини, які спричиняють похибки вимірювання, проявляють себе випадково, то нема підстав твердити що якісь похибки (додатні або від'ємні) мають більшу імовірність. Тому можливим є прийняти за оцінку істинного значення вимірюваної величини таке значення, що відповідає центру ваги площі фігури, обмеженої кривою розподілу та віссю абсцис. Координата, що відповідає центру ваги, називається *математичним сподіванням*.

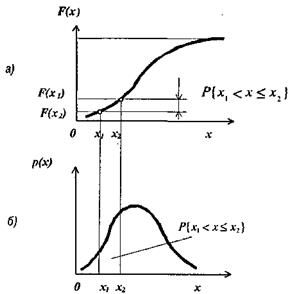


Рис. 3. Ймовірність попадання результатів спостережень

в заданий інтервал

Математичне сподівання визначається як початковий момент першого порядку кривої розподілу

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image077.gif | (3.10) |

Отже, математичне сподівання випадкової величини *х* є деяким постійним чис­лом, що є параметром розподілу. Числове значення вимірюваної величини, що від­повідає математичному сподіванню, приймають за оцінку істинного значення *X*, тобто

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image079.gif | (3.11) |

Але при визначенні емпіричної кривої розподілу математичне сподівання переважно не збігається з істинним значенням вимірюваної величини.

Розподіл випадкової величини для загального випадку показаний на рис. 4.

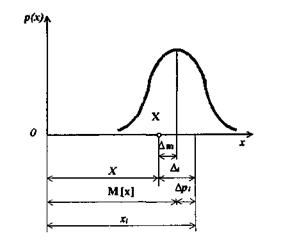


Рис. 4. Характеристики випадкової похибки

З рис. 4 видно, що оцінка істинного значення *м*[*х*] відрізняється від істинного значення *X* на деяку Δ*т*, котра є математичним сподіванням похибки вимірювання. Знайдемо математичне сподівання похибки вимірювання

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image083.gif | (3.12) |

Математичне сподівання похибки вимірювання становить деяку середню постійну похибку, котра повторюється в кожному і-му спостереженні. Цю похибку позначимо Δ*т*, і назвемо систематичною похибкою. Дослідження процесів вимірювання показує, що систематична похибка інколи не залишається постійною, а змінюється плавно за якимось законом. Виникнення систематичної похибки є наслідком дії одної або декількох причин, що мають постійний або дещо змінний характер. Наприклад, неправильне настроювання нуля вимірювального приладу призводить до систематичної похибки, яка буде присутня в результаті кожного окремого спостереження.

Строгіше систематична похибка визначається як відхилення математичного сподівання результатів спостережень від істинного значення вимірюваної величини

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image085.gif | (3.13) |

а випадкова похибка – як різниця між результатом одноразового спостереження і математичним сподіванням результатів

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image087.gif | (3.14) |

Отже, кожну похибку одноразового спостереження можна представити сумою систематичної та випадкової похибок

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image089.gif | (3.15) |

Такий стан проілюстровано на рис. 4.

При застосуванні цих умовних позначень істинне значення вимірюваної величини визначається так:

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image091.gif | (3.16) |

Якщо врахувати, що систематична похибка є постійною для деякої сукупності результатів вимірювання, а випадкова змінюється і за значенням і за знаком для кожного одноразового спостереження, то істинне значення визначається так:

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image093.gif | (3.17) |

Значення *хі* – Δ*т* називається виправленим результатом, якщо Δ*т* вдається визначити, аналізуючи експеримент. Випадкова похибка Δ*рі* залишається невідомою і вимагає чіткішого обмеження, (з врахуванням ймовірно-статистичних законів розпо­ділу). Взагалі, при одноразовому спостереженні невідомими є обидві складові похибки вимірювання, і тому результат можна подати тільки в такому вигляді:

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image095.gif | (3.18) |

де Δ – межа похибки вимірювання (максимальне значення суми Δ*т* і Δ*р* за модулем).

**Закони розподілу випадкових похибок.**

*івномірний розподіл*. Якщо похибка вимірювання може мати з однаковою ймовірністю які завгодно значення, що не виходять за деякі межі ± Δ*n*, то така похибка описується рівномірним законом розподілу. При цьому щільність ймовірності похибки р(Δ) є постійною всередині цього інтервалу і дорівнює нулю поза ним.

Рівномірний розподіл результатів спостереження *х* показаний на рис. 5.

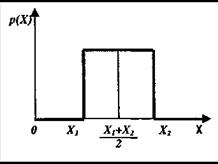


Рис. 5 Рівномірний розподіл випадкової величини

Для нього щільність ймовірностей аналітично можна записати так:

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image099.gifhttps://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image101.gif | (3.19) |

Рівномірний розподіл є безмодальним, тобто не має моди, його дисперсія https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image103.gifі середньоквадратичне відхилення https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image105.gif, а четвертий момент https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image107.gifта контрексцес

https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image109.gif

З таким законом розподілу добре узгоджуються похибки від тертя в опорах електромеханічних приладів, невилучені залишки систематичних похибок, похибка дискретності в цифрових приладах, похибки розмірів в межах однієї групи сортування при селективному збиранні, похибки параметрів виробів, відібраних у вужчих, ніж технологічний допуск, межах.

*Закон трикутного розподілу (закон Сімпсона).* Вигляд кривої трикутного розподілу маємо на рис. 6. За таким законом розподілені похибки суми (різниці) двох рівномірно розподілених величин.

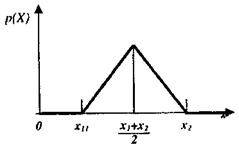


Рис. 6 Диференційна функція трикутного розподілу

Щільність ймовірностей має такий аналітичний вираз:

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image113.gifhttps://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image115.gif | (3.20) |

*Трапецієподібний закон розподілу.* Вигляд цього розподілу показаний на рис. 7. Похибка має такий закон розподілу, якщо вона утворюється з двох незалежних складових, кожна із яких має рівномірний закон розподілу, але з різною шириною своїх інтервалів. При послідовному з'єднанні двох вимірювальних перетворювачів, один із котрих має похибку, рівномірно розподілену в інтервалі ±Δ*х1*, а інший – похибку, рівномірно розподілену в інтервалі ±Δ*х2*, загальна похибка перетворення буде опи­суватись трапецієподібним законом розподілу. Трикутний закон розподілу є частковим випадком трапецієподібного, коли Δ*х1* = Δ*х*2.

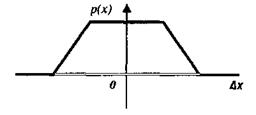


Рис. 7 Диференційна функція трапецієподібного закону

розподілу похибок

Ці три закони розподілу мають обмежене застосування при оцінюванні ре­зультатів вимірювань, оскільки переважно похибки виникають через вплив великої кількості причин. У таких умовах розподіл похибок найкраще узгоджується з нормальним законом розподілу.

*Нормальний закон розподілу (закон розподілу Гаусса).* Цей закон є одним із найпоширеніших законів розподілу похибок, що пояснюється центральною граничною теоремою теорії ймовірностей, яка твердить, що розподіл випадкових похибок буде близьким до нормального, якщо результати спостереження формуються під впливом великої кількості незалежних факторів впливу, кожний із котрих створює лише незначну дію порівняно з сумарною дією всієї решти.

Нормальний закон має такий вираз для диференційної функції розподілу:

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image119.gif | (3.21) |

із рівняння можна зробити висновок:

1. Густина ймовірностей має максимум при *х* = *М*[*х*];

2. Із збільшенням похибки Δ = *х* – *М*[*х*] незалежно від знака (функція парна) густина ймовірності прямує до нуля;

3. Із збільшенням середнього квадратичного відхилення ймовірність більших відхилень зростає, тобто розміри розсіюються в ширшому інтервалі.

Необхідно зауважити, що незважаючи на широке застосування нормального розпо­ділу, він все-таки є лише моделлю реальних розподілів. До речі, він відмінний від нуля вздовж всієї нескінченності осі. Тому нормально розподілена випадкова величина, хоч із малими ймовірностями, але може приймати які завгодно великі значення. Хоча очевидно, що всі вимірювані фізичні величини завжди обмежені за абсолютним значенням.

Графічно ця функція показана на рис. 8 для різних значень середнього квадратичного відхилення (σ1 < σ2).

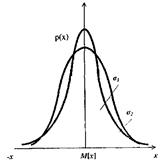


Рис. 8 Диференційна функція нормального розподілу похибок

Функція розподілу нормальної випадкової величини має такий вигляд:

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image123.gif | (3.22) |

Крива розподілу буде змінюватись залежно від середнього квадратичного відхилення. Але якщо виразити похибку деяким числом і середніх квадратичних відхилень, то отримаємо криву нормованого розподілу з аргументом

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image125.gif | (3.23) |

яка описується таким виразом:

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image127.gif | (3.24) |

Як відомо, цей вираз нормованої функції отриманий за умови, що https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image129.gif.

Інтегральна функція нормального нормованого розподілу має такий вигляд:

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image131.gif | (3.25) |

де аргумент *z* визначається, як і для *t*, діленням відхилення випадкової величини від математичного сподівання на середнє квадратичне відхилення

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image133.gif | (3.26) |

Вигляд інтегральної функції нормального розподілу показано на рис. 9.

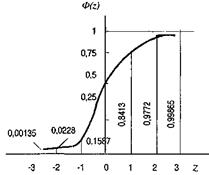


Рис. 9 Інтегральна функція нормального розподілу

Значення Ф(І) визначаються із таблиці (додаток ..., табл. ...).

*Розподіл Релея.* Цей розподіл має модуль двовимірного вектора, координати котрого розподілені нормально відносно нульових математичних сподівань і однако­вих дисперсій

|  |  |
| --- | --- |
| https://ok-t.ru/helpiksorg/baza4/119424614824.files/image137.gif | (3.27) |

Розподіл Релея зручний для апроксимації розподілу контрольованих показників, котрі можуть бути лише з однаковим знаком. Наприклад, при контролі відхилення форми і розміщення осей та поверхонь деталей, як овальність, конусність, радіальне биття, відхилення від співосності, паралельності, перпендикулярності тощо можна описати тільки таким розподілом.