

## Лекція 2

### Тема 1. Динаміка матеріальної точки.

1. Завдання динаміки. Перший закон Ньютона. Інерціальні системи відліку.
2. Поняття сили. Фундаментальні взаємодії.
3. Другий закон Ньютона. Маса, її вимірювання. Адитивність і закон збереження маси. Імпульс.
4. Третій закон Ньютона. Границі застосування класичної механіки.

#### **1. Завдання динаміки. Перший закон Ньютона. Інерціальні системи відліку.**

**Динаміка** – це частина класичної механіки, в якій вивчається рух тіл, зумовлений дією на них інших тіл. Основою динаміки є три закони Ньютона.

Основні задачі механіки такі. Знаючи характер взаємодії, визначити кінематичні характеристики руху. **Це пряма задача, а обернена задача полягає у тому, що, знаючи кінематичні характеристик, треба визначити силові взаємодії.**

**Перший закон динаміки**, який називають законом інерції, вперше було встановлено Галілеєм. Він на основі дослідних даних прийшов до висновку, що коли на тіло не діють інші тіла, то воно зберігає стан спокою або прямолінійного рівномірного руху.

Ньютон чітко сформулював закон інерції і включив його в систему трьох основних законів динаміки. **Перший закон Ньютона** читається так: **будь-яке тіло зберігає стан спокою або рівномірного прямолінійного руху (без прискорення) до тих пір, поки діючі на нього сили не виведуть його із цього стану.**

Перший закон Ньютона справджується не в усіх системах відліку. Це зумовлено тим, що стан рівномірного прямолінійного руху тіла або стан його спокою має відносний характер і залежить від вибору системи відліку, відносно якої розглядається стан тіла. Так, якщо взяти дві системи відліку, які рухаються з прискоренням одна відносно одної, то тіло, яке буде в спокої відносно однієї з систем, відносно іншої системи відліку рухатиметься прискорено.

Перший закон Ньютона містить три дуже важливі твердження: а) існують системи відліку, в яких тіло знаходиться в стані спокою, або рівномірного прямолінійного руху. Такі системи відліку називаються **інерціальними системами відліку**; б) стан спокою і стан рівномірного прямолінійного руху є один стан; в) зміна стану відбувається внаслідок дії на тіло інших тіл.

Здатність тіл зберігати стан спокою або рівномірного прямолінійного руху називається **інертністю тіл**, а саме явище – **інерцією**. В силу цього перший закон Ньютона часто називають **законом інерції**. Системи відліку, в яких виконуються закони Ньютона, називаються **інерціальними**. Будь-яка система відліку, яка рухається рівномірно і прямолінійно відносно інерціальної системи, є також інерціальною системою відліку.

#### **2. Поняття сили. Фундаментальні взаємодії.**

**Сила** – це будь-яка взаємодія, здатна викликати зміну стану руху тіла. Таким чином, **сила – це кількісна характеристика механічної взаємодії тіл.**

У природі існує велика кількість сил (м'язова сила, пружна сила, сила тертя, сила вітру, електрорушійна сила тощо), які в кінцевому рахунку можна звести до чотирьох видів фундаментальних сил: **гравітаційних, електромагнітних, ядерних та сил слабкої взаємодії.**

**Гравітаційні сили** – це сили притягання, які діють між усіма тілами. Величина гравітаційної взаємодії для двох точкових тіл визначається законом всесвітнього тяжіння:

$$F_{zp} = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (2.1)$$

де  $r$  – відстань між тілами,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$  – так звана гравітаційна стала,  $m_1$  і  $m_2$  – відповідно маси першого і другого тіл. Особливістю цих сил є те, що для тіл з малими масами вони проявляються дуже слабо, а для масивних тіл є дуже великими і що їх дія поширюється на значні відстані. Вони є причиною обертання Місяця навколо Землі, планет Сонячної системи навколо Сонця тощо.

**Сили слабкої взаємодії** відповідальні за процес ядерного  $\beta$  – розпаду, та за процеси, що призводять до перетворень одних субатомних частинок в інші, де вони є єдиними силами. В інших взаємодіях елементарних частинок (окрім фотона) вони діють разом з іншими інтенсивнішими силами. Вважається, що слабка взаємодія також проявляється на дуже малих відстанях, однак радіус їх дії до цих пір не встановлений.

**Електромагнітні сили** зумовлені електричною і магнітною взаємодією між електричними зарядами. Окремий випадок такої взаємодії виражається законом Кулона:

$$F_{el} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad (2.2)$$

де  $q_1$  і  $q_2$  – величини взаємодіючих зарядів,  $r$  – відстань між зарядами,  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2 / \text{Н} \cdot \text{м}^2$  – електрична стала.

### 3. Другий закон Ньютона. Маса, її вимірювання. Адитивність і закон збереження маси. Імпульс.

З першого закону Ньютона випливає, що при дії на тіло сили його рух не буде рівномірним і прямолінійним. На запитання, яким буде рух під дією сили, дає відповідь другий закон Ньютона. Він встановлює кількісний зв'язок між величиною діючої сили, прискоренням і масою тіла.

**Прискорення тіла прямо пропорційне прикладеній до нього силі і обернено пропорційне його масі. Тіло прискорюється в напрямку, який співпадає з напрямком прикладеної сили.** Аналітично цей закон записується так

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \quad (2.3)$$

В аналітичному виразі другого закону Ньютона є величина, названа **масою**. Сам Ньютон використовував термін “маса” як синонім **кількості речовини**, що не зовсім коректно. Згідно сучасним уявленням **маса є мірою інертності тіла** і її називають **інертною масою**. Тілу з більшою масою важче змінити характер його руху, тобто важче вивести тіло із стану спокою, або зупинити його, якщо воно рухається. Заставити рухатися завантажений автомобіль значно важче, ніж порожній.

В СІ маса вимірюється в кілограмах (кг). Кратні одиниці:  $1 \text{ т} = 1000 \text{ кг}$ ;  $1 \text{ кг} = 1000 \text{ г}$ .

Не слід плутати поняття **маси** і **ваги**, між якими є істотна відмінність. Маса – це властивість самого тіла. Вага ж – це сила, з якою тіло діє на опору або розтягує підвіс.

**Маса – величина адитивна**, тобто маса системи тіл дорівнює сумі їхніх мас:

$$m = m_1 + m_2 + \dots \quad (2.4)$$

Якщо на тіло масою  $m$  одночасно діє кілька сил  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots$ , то другий закон Ньютона матиме вигляд:

$$\vec{F} = m\vec{a}, \quad (2.5)$$

де  $\vec{F} = \sum \vec{F}_i$  – рівнодійна всіх сил, яка дорівнює їхній векторній сумі. Рівняння (2.5) називають **основним рівнянням динаміки матеріальної точки**. Його можна записати ще у такому вигляді:

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}. \quad (2.6)$$

Другому закону Ньютона можна дати більш загальне визначення, ввівши поняття імпульсу тіла:

$$\vec{p} = m\vec{v}. \quad (2.7)$$

Імпульс тіла – це фізична величина, яка дорівнює добуткові маси тіла на його швидкість.

Помноживши ліву і праву частини рівняння (2.6) на  $dt$ , отримаємо:

$$\vec{F}dt = m d\vec{v} = d(m\vec{v}). \quad (2.8)$$

Маса тіла ввійшла під знак диференціала, що відповідає більш загальному випадку, коли може змінюватися і маса. Добуток  $m\vec{v}$ , як ми вже відмітили, називають **імпульсом** або **кількістю руху тіла**; величину  $\vec{F}dt$  називають **імпульсом сили**. Тому другий закон стверджує: **швидкість зміни кількості руху тіла дорівнює рівнодійній усіх сил, що діють на тіло**:

$$\vec{F} = \sum \vec{F}_i = \frac{d\vec{P}}{dt}. \quad (2.9)$$

#### 4. Третій закон Ньютона. Границі застосування класичної механіки.

У перших двох законах Ньютона йдеться тільки про силу, що діє на дане тіло, але нічого не сказано про інші тіла, з боку яких ця сила діє. Сила характеризує взаємодію щонайменше двох тіл. Роль другого тіла в динамічних явищах відображена в третьому законі Ньютона, який формулюється так: тіла діють одне на одне із силами, які напрямлені вздовж однієї прямої, рівними за модулем і протилежними за знаком:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}. \quad (2.10)$$

### Тема 2. Замкнені системи.

1. Закон збереження імпульсу.
2. Центр мас. Закон руху центра мас.
3. Динаміка руху тіла змінної маси. Рівняння Мещерського. Формула Цюлковського.

#### 1. Закон збереження імпульсу.

Нехай ми маємо систему, яка складається з багатьох тіл (матеріальних точок). Сили, що діють між цими тілами, називають **внутрішніми силами**. Сили, що діють на систему з боку тіл, які не входять до її складу, називають **зовнішніми силами**. Якщо зовнішніми силами можна знехтувати, то таку систему називають **замкнутою**. В замкнутій системі діють лише внутрішні сили, результуюча зовнішня сила, яка діє на систему, дорівнює нулю. В цьому

випадку вираз  $\vec{F} = \sum \vec{F}_i = \frac{d\vec{P}}{dt}$  набуде вигляду

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = 0 \text{ або } \vec{P} = \text{const}, (\vec{F}_{\text{зовн.}} = 0). \quad (2.11)$$

Отже, коли результуюча зовнішня сила, яка діє на систему, дорівнює нулю, імпульс системи залишається сталим. Це є закон збереження імпульсу. Його можна також сформулювати і так: **повний імпульс замкнутої системи тіл зберігається сталим**. Якщо система складається з  $n$  тіл, то

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}_3 + \dots + \vec{P}_n = \vec{P} = \sum_{i=0}^n P_i = \text{const}. \quad (2.12)$$

Таким чином, повний імпульс системи  $\vec{P}$  є векторна сума окремих імпульсів.

Розглянемо в якості прикладу лобове (центральне) зіткнення двох твердих куль. Таке зіткнення називають **пружним**. Зрозуміло, що імпульс обох куль після зіткнення

зміниться, однак їх сума до і після зіткнення залишиться однією і тією ж, тобто повний імпульс зберігається. Тоді, згідно формули (2.12)

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2. \quad (2.13)$$

## 2. Центр мас. Закон руху центра мас.

Рух твердого тіла як системи матеріальних точок в загальному випадку досить складний. Однак у такій системі існує точка, яка при відсутності дії зовнішніх сил рухається по прямій лінії. Цю точку називають **центром мас**, або **центром інерції**. Центром мас системи матеріальних точок називають точку, в якій зібралася б уся маса системи матеріальних точок при взаємодії їх з силами притягання, що нескінченно зростають.

Радіус-вектор центра мас  $\vec{R}_C$  для тіл з дискретним розподілом мас визначається за формулою

$$\vec{R}_C = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{M}, \quad (2.14)$$

де  $m_i$ ,  $\vec{r}_i$ ,  $M$  – відповідно маси, радіуси-вектори матеріальних точок і маса всієї системи.

Координати центра мас визначаються за допомогою таких виразів:

$$x_C = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}; \quad y_C = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}; \quad z_C = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}, \quad (2.15)$$

де  $x_i$ ,  $y_i$ ,  $z_i$  – координати матеріальних точок, маси яких  $m_i$ .

Встановимо закон руху центра мас. Для цього продиференціюємо обидві частини виразу (2.14) за часом

$$\frac{d\vec{R}_C}{dt} = \frac{\sum m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt}}{M} = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{M}. \quad (2.16)$$

Ліва частина  $\frac{d\vec{R}_C}{dt} = \vec{v}_C$  являє собою швидкість руху центра мас. З (2.16) маємо

$$M\vec{v}_C = \sum m_i \vec{v}_i = \vec{P}. \quad (2.17)$$

Звідси випливає, що **імпульс системи матеріальних точок, або імпульс твердого тіла, дорівнює добутку маси системи тіла на швидкість руху центра мас.**

Знайдемо залежність кількостей руху твердого тіла від величини зовнішніх сил, що діють на нього. На основі уявлень про тверде тіло як сукупність матеріальних точок застосуємо другий закон Ньютона до кожної матеріальної точки. Тоді для  $i$ -ої матеріальної точки запишемо

$$\frac{d}{dt}(m_i \vec{v}_i) = \vec{f}_i + \vec{F}_i, \quad (2.18)$$

де  $\vec{f}_i$  і  $\vec{F}_i$  – відповідно внутрішня і зовнішня сила, що діють на  $i$ -ту матеріальну точку.

При додаванні лівих і правих частин системи рівнянь маємо

$$\frac{d}{dt} \sum (m_i \vec{v}_i) = \sum \vec{f}_i + \sum \vec{F}_i. \quad (2.19)$$

Оскільки сума внутрішніх сил взаємодії дорівнює нулю, то, враховуючи співвідношення (2.17), останнє рівняння набирає вигляду

$$\frac{d}{dt}(M\vec{v}_C) = \sum \vec{F}_i. \quad (2.20)$$

Рівняння (2.20) виражає **закон руху центра мас**. Іншими словами, **центр мас твердого тіла або системи тіл рухається так, як рухалася б під дією прикладених сил матеріальна точка, маса якої дорівнює масі тіла або системи тіл.**