

Тема. Електростатика.

1. Електричний заряд. Властивості електричного заряду. Два види зарядів. Дискретність. Елементарний заряд. Закон збереження заряду.
2. Взаємодія зарядів. Закон Кулона.
3. Електростатичне поле. Напруженість електростатичного поля. Силкові лінії.
4. Теорема Остроградського-Гаусса (сам. де-які питання).
5. Робота переміщення заряду в електростатичному полі.
6. Потенціал і різниця потенціалів.

1. Електричний заряд. Властивості електричного заряду. Два види зарядів. Дискретність. Елементарний заряд. Закон збереження заряду.

В основі теорії електромагнетизму лежать електричні заряди, з якими пов'язано виникнення електричного струму, магнетизму тощо.

Фундаментальною властивістю електричного заряду є його існування в двох видах. Таке твердження вперше висловив Шарль Франсуа Дюфе (1698 – 1739), а Веніамін Франклін (1706 – 1790) назвав ці два види зарядів **додатним і від'ємним**. Цікаво, що між додатними і від'ємними зарядами немає ніяких внутрішніх відмінностей.

Як показує досвід, електричний заряд не зникає і не виникає. Ця фундаментальна властивість електричного заряду знайшла своє відображення в підтверженому експериментально законі **збереження електричного заряду: в ізольованій системі повний електричний заряд, тобто алгебраїчна сума додатного і від'ємного зарядів, залишається сталою**. З цього закону випливає, що в будь-якій нейтральній речовині є заряди обох видів і до того ж в однакових кількостях. Внаслідок дотикання двох тіл при терті частина зарядів переходить від одного тіла до іншого, і ці тіла заряджаються різнойменно. Так, наприклад, якщо скло натирати шкірою, то скло в результаті міститиме надлишок додатних зарядів, а шкіра-від'ємних зарядів. Такий процес називають **електризацією** тіл тертям.

На основі експериментальних даних встановлено, що електричний заряд складається з дискретних зарядів сталої величини. Ця величина позначається через e , і є зарядом електрона ($e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл). Маса електрона дуже мала і дорівнює $= 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг. Найменша частинка, що має елементарний додатний (позитивний) заряд, називається **протоном**. Маса протона $= 1,6726 \cdot 10^{-30}$ кг. Цікаво, що за абсолютною величиною заряд протона рівний заряду електрона з разуючою точністю.

Зауважимо, що згідно сучасним уявленням, атом складається із важкого позитивно зарядженого ядра (в склад ядра входять протони), оточеного одним або кількома негативно зарядженими електронами. В нормальному стані позитивний і негативний заряди в атомі рівні за величиною. Однак, атом може втрачати або набувати один або кілька електронів. Тоді його заряд буде позитивним або негативним, і такий атом називається **іоном**.

q – ел. заряд. Од. вим. – Кл.

2. Взаємодія зарядів. Закон Кулона.

Досвід свідчить, що між електричними зарядами діє сила. Ще Шарль Франсуа Дюфе показав, що однойменні заряди відштовхуються, а різнойменні – притягаються, інший французький вчений Шарль Кулон (1785 р.) експериментально встановив перший кількісний закон електричних взаємодій: **сила електростатичної взаємодії між двома точковими електричними зарядами Q_1 і Q_2 прямо пропорційна добутку величини цих зарядів і обернено пропорційна квадрату відстані між ними:**

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}, \quad (9.1)$$

де k – коефіцієнт пропорційності, r – відстань між зарядами. Співвідношення (9.1) відоме як закон Кулона. Його можна записати у векторній формі подібно закону всесвітнього тяжіння:

$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{21}^2} \vec{r}_{21}, \quad (9.2)$$

де \vec{F}_{12} – вектор сили, що діє на заряд q_1 з боку заряду q_2 , \vec{r}_{21} – одиничний вектор, напрямлений від q_1 до q_2 , тобто в бік дії сили \vec{F}_{12} .

Сила, з якою взаємодіють два заряди, напрямлена вздовж лінії, яка з'єднує ці заряди. Якщо заряди однойменні, то сили, які діють на них, напрямлені в протилежні сторони. Якщо ж заряди різнойменні, то діючі на заряди сили напрямлені назустріч одна одній.

Складати на увазі, що формула (9.1) застосовна лише до заряджених тіл, відстань між якими значно більша їх власних розмірів. Важливо також розуміти, що формула (9.1) визначає силу, яка діє на даний заряд, з боку єдиного заряду. Якщо система включає кілька заряджених тіл, то результуюча сила, що діє на даний заряд буде рівнодійною (векторною сумою), сил, що діють з боку інших зарядів.

$$\text{В СІ } k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}, \text{ де } \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2\text{Н}^{-1}\text{м}^{-1},$$

З врахуванням цього закон Кулона можна переписати у вигляді:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}.$$

Закон Кулона описує силу взаємодії між двома нерухомими зарядами. Коли заряди рухаються, то між ними виникають додаткові сили. Зараз ми розглядаємо тільки нерухомі заряди; цей розділ вчення про електрику називають **електростатикою**.

3. Електростатичне поле. Напруженість електростатичного поля. Силкові лінії

При з'ясуванні природи кулонівських сил виникли труднощі, пов'язані з тим, що ці сили діють на відстані безпосереднього стикання заряджених тіл. Ці труднощі були подолані за допомогою поняття **поля**, введеного англійським фізиком М. Фарадеєм (1792 – 1867). Фарадей запропонував, що від кожного заряду виходить **електричне поле**, яке пронизує весь простір. Якщо до якогось заряду піднести інший заряд, то на нього буде діяти сила, обумовлена електричним полем першого заряду. Електричне поле в точці, де знаходиться другий заряд, впливає на цей заряд, створюючи діючу на нього силу. **Поле є одним із видів існування матерії, що здійснює взаємодію між частинками речовини.**

Поля, які створюються нерухомими електричними зарядами, називаються **електростатичними**. Такі поля з часом не змінюються.

Для характеристики електричного поля користуються фізичною величиною, яка дістала назву **напруженості**. За визначенням **напруженість електричного поля в будь-якій точці простору дорівнює відношенню сили, яка діє на позитивний пробний заряд, до величини цього заряду q_0 :**

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}. \quad (9.3)$$

Напруженість – величина векторна. Із визначення (9.3) видно, що напрям вектора напруженості електричного поля в будь-якій точці простору збігається з напрямом сили, що діє в цій точці на позитивний пробний заряд. Взявши до уваги закон Кулона, напруженість електростатичного поля, створюваного точковим зарядом буде рівна:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2 q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}. \quad (9.4)$$

Одиницею напруженості електричного поля в СІ є Н/Кл.

Напруженість поля декількох зарядів дорівнює векторній сумі напруженостей полів, створюваних кожним із зарядів:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots + \vec{E}_n = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i,$$

де \vec{E}_i – напруженість електричного поля створюваного i -м зарядом. Цю властивість називають **принципом суперпозиції**.

Щоб зобразити електростатичне поле, користуються таким способом зображення поля як **метод силкових ліній**.

Силкові лінії вказують напрямок напруженості поля в кожній точці простору. Силкові лінії точкового додатного заряду показані на рис.9.1, а, від'ємного – на рис.9.2, б. В першому випадку лінії радіально розходяться від заряду, в другому вони радіально сходяться до заряду. В цьому ж напрямку діють і сили на позитивний пробний заряд.

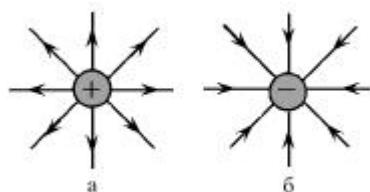


Рис. 9.1

Для того, щоб за допомогою силових ліній можна було кількісно характеризувати електростатичні поля, домовились проводити їх так, щоб кількість силових ліній, що проходять через одиницю поверхні, перпендикулярної до них, була пропорційна напруженості поля. Таким чином, **чим густіше розміщені силкові лінії, тим сильніше поле в цій області.**

На рис. 9.2, а показані силкові лінії поля, яке створюється двома зарядами протилежних знаків. Тут силкові лінії викривлені і направлені від додатного заряду до від'ємного. Зауважимо, що в будь-якій точці поле направлено по дотичній до силовій лінії.

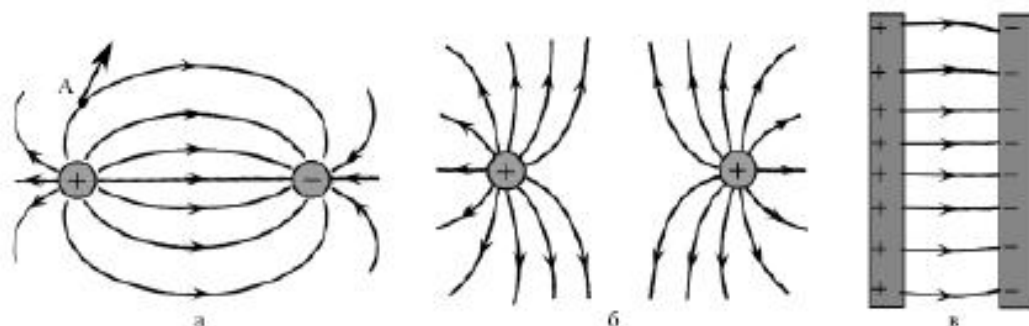


Рис. 9.2

Сформулюємо **основні властивості силових ліній**:

1. Силкові лінії вказують напрямок напруженості електростатичного поля: в будь-якій точці напруженість поля направлена по дотичній до силовій лінії.
2. Силкові лінії проводяться так, щоб напруженість електричного поля E була пропорційна числу ліній, що проходять через одиничну площадку, перпендикулярну до ліній .
3. Силкові лінії починаються тільки на додатних зарядах і закінчуються тільки на від'ємних зарядах; число ліній, що виходять із заряду, або входять в нього, пропорційне величині заряду.
4. Силкові лінії ніколи не перетинаються.

4. Теорема Остроградського-Гаусса.

Перш ніж сформулювати теорему Остроградського-Гаусса, введемо поняття потоку напруженості Φ_E електричного поля. Для цього розглянемо площадку S , яку пронизують силкові лінії однорідного електричного поля напруженістю \vec{E} (рис. 9.3, а (рис. 1.8, Яцура)). Якщо напруженість поля перпендикулярна до площадки, то потік напруженості визначається формулою:

$$\Phi_E = ES . \quad (9.5)$$

Якщо площадка складає кут θ з вектором напруженості (рис. 9.3, б), то

$$\Phi_E = ES \cos\theta , \quad (9.6)$$

або

$$\Phi_E = \vec{E} \vec{S} . \quad (9.7)$$

Якщо поле однорідне, а поверхня довільна (не плоска), то поверхню необхідно розбити на k елементів, площі яких ΔS , причому кожен із елементів можна вважати плоским, а електричне поле в межах елемента однорідним. Тоді потік напруженості через всю поверхню буде сумою

$$\Phi_E \approx \sum_{i=1}^k \vec{E}_i \Delta \vec{S}_i. \quad (9.8)$$

Якщо $\Delta S_i \rightarrow 0$, то

$$\Phi_E = \oint \vec{E} d\vec{S}. \quad (9.9)$$

Прийнято, що потік, який входить в об'єм, від'ємний, а потік, який виходить з об'єму, додатний. Якщо значення Φ_E від'ємне, то результуючий потік напрямлений в середину об'єму. З цього випливає, що, якщо число ліній, що входять в об'єм, дорівнює числу ліній, що виходять з об'єму, то результуючий потік через поверхню дорівнює нулю. Потік тільки в тому випадку не дорівнює нулю, якщо число силових ліній починається або закінчується в середині замкнутої поверхні. Але оскільки силові лінії можуть починатись або закінчуватись лише на електричних зарядах, то потік буде відмінний від нуля лише у випадку, коли сумарний заряд всередині поверхні не дорівнює нулю.

Теорема Остроградського-Гаусса встановлює точне співвідношення між потоком напруженості електричного поля через замкнену поверхню і сумарним зарядом всередині цієї поверхні:

$$\oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}, \quad (9.10)$$

де q_i – заряди, розміщені всередині поверхні.

Можливі три випадки перетворення в нуль потоку напруженості:

- 1) сумарний заряд всередині поверхні дорівнює нулю;
- 2) всередині поверхні зарядів немає, але є поле, пов'язане з зовнішніми зарядами;
- 3) немає ані поля, ані внутрішніх зарядів.

Якщо заряди розміщені по об'єму діелектрика з об'ємною густиною ρ , то теорема Остроградського-Гаусса запишеться у вигляді:

$$\oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho dV, \quad (9.11)$$

де dV – елемент об'єму всередині поверхні.

Теорема Остроградського-Гаусса дозволяє розрахувати напруженості полів симетрично розміщених зарядів і є наслідком суперпозиції полів.

Самостійно розрахувати напруженості електричного поля:

- 1) всередині сфери і поза нею; (всередині $E = 0$, ззовні $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$)
- 2) всередині рівномірно зарядженої по об'єму кулі і ззовні; (всередині $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_0^3} r$, де $r < r_0$, ззовні $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$)
- 3) нескінченно довгого рівномірно зарядженого провідника на віддалі r від його осі; $E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\tau}{r}$, де τ – лінійна густина заряду.
- 4) поблизу нескінченно рівномірно зарядженої площини, поверхнева густина якої дорівнює σ ;
 $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

5. Робота переміщення заряду в електричному полі.

Розглянемо однорідне електричне поле, яке утворюється між зарядженими нескінченно великими паралельними площинами (рис. 9.4, (рис. 1.17, Яцура)). Помістимо в поле між площинами пробний заряд $+q$ і перемістимо його з точки А в точку В. Діюча на пробний заряд електростатична сила $\vec{F} = q\vec{E}$ стала і напрямлена в бік, протилежний руху. Робота, яка здійснюється цією силою по переміщенню електричного заряду, дорівнює:

$$A = Fd = qEd, \quad (9.12)$$

де d – переміщення заряду між площинами.

Якщо ж заряд переміщати під кутом до напрямку поля, то

$$A = Fd_1 \cos \theta = qEd, \quad (9.13)$$

де $d_1 \cos \theta = d$.

Таким чином, **робота поля по переміщенню заряду** не залежить від шляху, а залежить тільки від положення початкової і кінцевої точок переміщення.

Якщо заряд переміщати в напрямку, **перпендикулярному** до ліній напруженості електричного поля, то сили поля **роботи не виконують**.

Робота сил електричного поля по замкнутому контуру завжди рівна нулю. Згадаємо, що сили, робота яких не залежить від форми шляху, а тільки від початкового і кінцевого положень частинки, називаються **консервативними**, а поле консервативної сили, називається **потенціальним**.

6. Потенціал і різниця потенціалів.

Розрахуємо роботу сил поля, створеного зарядом q , при переміщенні в ньому вздовж силової лінії заряду q_0 з точки А в точку В (рис. 9.5 (рис. 1.18, Яцура)). Робота dA по переміщенню заряду на шляху dr дорівнює:

$$dA = Fdr. \quad (9.14)$$

Враховуючи, що $F = qE$, а $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$, отримаємо:

$$dA = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} dr. \quad (9.15)$$

Інтегруючи, знаходимо всю роботу по переміщенню заряду q_0 :

$$A = \int_{r_1}^{r_2} \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} dr = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r^2} dr = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = q_0 \left(\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_2} \right), \quad (9.16)$$

де $\varphi_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1}$, $\varphi_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_2}$ – електричні потенціали точок. Отже

$$A = q_0(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (9.17)$$

Якщо припустити, що $r_2 \rightarrow \infty$, то

$$A = q_0 \varphi_1, \quad (9.18)$$

звідки

$$\boxed{\varphi = \frac{A}{q_0}}. \quad (9.19)$$

Отже, **потенціал** – це фізична величина, що чисельно дорівнює роботі, яку виконує електричне поле по переміщенню одиничного заряду із заданої точки поля на нескінченність.

Електричний потенціал визначає потенціальну енергію одиничного заряду. Тобто, зміна потенціальної енергії заряду q_0 при переміщенні його з точки А в точку В дорівнює:

$$\Delta W = q_0(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (9.20)$$

Різницю потенціалів часто називають **електричною напругою** U .

Од. вим. потенціалу і напруги є В = Дж/Кл.

Між потенціалом і напруженістю поля існує тісний зв'язок. Робота електричного поля по переміщенню заряду з однієї точки в іншу дорівнює

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

З другого боку

$$A = Fd = qEd.$$

Отже

$$q(\varphi_1 - \varphi_2) = qEd,$$

або

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ed,$$

звідки

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}. \quad (9.21)$$

Для будь-якого поля можна записати

$$E = \frac{d\varphi}{dr} = -grad\varphi. \quad (9.22)$$

Гرادієнт потенціалу – це швидкість зміни його в напрямку силової лінії, яка чисельно дорівнює зміні потенціалу, що припадає на одиницю довжини силової лінії.

Електричний потенціал можна представити графічно за допомогою еквіпотенціальних ліній, або еквіпотенціальних поверхонь. **Еквіпотенціальною поверхнею** називається геометричне місце точок з однаковим потенціалом.